

Esame di Fisica Generale I (secondo modulo) [145033]
Laurea Triennale in Matematica, A. A. 2022-2023
24 Agosto 2023, Aula A105

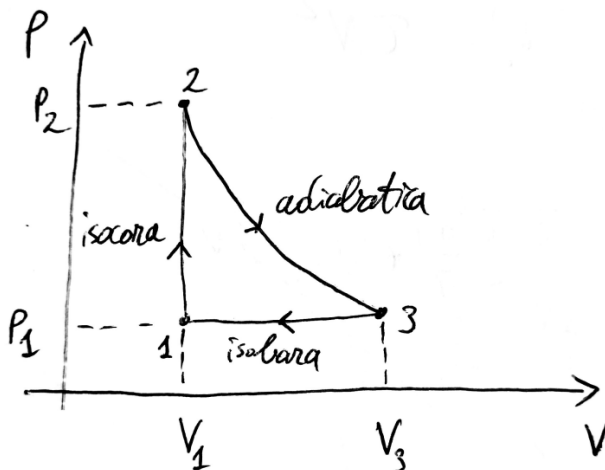
Tempo totale a disposizione: 3 ore

Totale punti: $(3 + 2 + 3 + 3 + 1) + (1 + 3 + 2 + 2 + 1 + 2) + 10 = 33$

Si indichi **chiaramente** il proprio nome e numero di matricola su **tutti** i fogli, e si numerino tutti i fogli in alto a destra. Si indichi inoltre chiaramente l'inizio della risoluzione di ogni esercizio e sotto-esercizio. In bocca al lupo!

Esercizio 1

Un gas ideale monoatomico, inizialmente in equilibrio a pressione e volume P_1 e V_1 , subisce il ciclo in figura, costituito da una trasformazione isocora reversibile ($1 \rightarrow 2$), una trasformazione adiabatica reversibile ($2 \rightarrow 3$), e una trasformazione isobara reversibile ($3 \rightarrow 1$). Si denoti con α il rapporto di espansione $P_2/P_1 \equiv \alpha > 1$.



- (a) Dimostrare che il rendimento del ciclo è: **3 punti**

$$\eta = 1 - \gamma \left(\frac{\alpha^{1/\gamma} - 1}{\alpha - 1} \right)$$

- (b) Confrontare il rendimento con quello di un ciclo di Carnot operante fra le stesse temperature minima e massima del ciclo in questione. Possono tornarvi utili i seguenti limiti: **2 punti**

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{\alpha^{3/5} - 1}{\alpha - 1} = \frac{3}{5}, \quad \lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{5}{3} \frac{\alpha(\alpha^{3/5} - 1)}{\alpha - 1} = 1,$$

- (c) Si supponga ora che la trasformazione adiabatica quasistatica reversibile $2 \rightarrow 3$ venga sostituita da una espansione libera adiabatica (**irreversibile**), che porta il sistema a un nuovo stato $3' \neq 3$, la cui pressione sia però sempre la stessa dello stato 1 ($P_{3'} = P_1$), di modo che la trasformazione $3' \rightarrow 1$ sia isobara. Calcolare il rendimento del nuovo ciclo $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3' \rightarrow 1$ e spiegare il motivo per il quale quest'ultimo non può essere considerato una macchina termica. **3 punti**
- (d) Ora si consideri nuovamente il ciclo iniziale del punto (a). Si supponga che la trasformazione isocora $1 \rightarrow 2$ venga realizzata in maniera **irreversibile**. In particolare si pone il gas, a partire dalla pressione P_1 , *istantaneamente* a un ambiente alla stessa pressione P_2 del punto (a), ponendolo allo stesso tempo istantaneamente a contatto con un termostato alla stessa temperatura $T_2 = P_2 V_1 / nR$ raggiunta nel caso reversibile nel punto (a), e aspettando che venga ristabilito l'equilibrio termodinamico. Calcolare il rendimento di questo ciclo. **3 punti**
- (e) Come cambierebbe il risultato precedente senza il termostato alla temperatura T_2 ? **1 punto**

Esercizio 2

Supponiamo di vivere in un Universo alternativo dove, invece del solito $\delta W = PdV$ per il lavoro infinitesimo svolto, per i sistemi idrostatici (tra i quali quindi i gas ideali) vale $\delta W = \alpha V dP$, con $\alpha > 0$ una costante. Sia l'energia interna che l'equazione di un gas ideale invece rimangono quelle standard.

- a) Determinare le unità di α **1 punto**
- b) Si considerino ora n moli di un gas ideale in questo Universo che compie un'espansione libera adiabatica, che lo porta a espandere da un volume V_i a un volume $V_f = \epsilon V_i$, con $\epsilon > 1$. Assumendo che valgano

gli stessi risultati standard per l'esperimento di Joule, si calcolino il calore ceduto o assorbito dal gas, e le variazioni di entropia del gas, dell'ambiente e dell'Universo, e si esprimano queste quattro quantità in funzione di α ed ϵ . **[3 punti]**

- c) Sulla base del risultato precedente, argomentare che in questo Universo una espansione libera adiabatica non può procedere spontaneamente, mentre una ipotetica "compressione libera adiabatica" invece sarebbe spontanea. **[2 punti]**
- d) Si dimostri che un gas di questo tipo che compie trasformazioni adiabatiche quasistatiche obbedisce le relazioni $TP^{\alpha R/c_V} = \text{costante}$ e $PV^{c_V/(c_V+\alpha R)} = \text{costante}$. **NON** introducete né c_P né la relazione di Mayer standard nel fare questo problema – fate finta che non esistano! **[2 punti]**
- e) Finora abbiamo assunto che l'energia interna di un gas ideale sia della forma $U = nc_VT + \text{costante}$. **In non più di 5 righe**, argomentare che in questo Universo sarebbe più appropriato cambiare il nome a c_V nella precedente equazione (senza che il suo valore numerico cambi!), e chiamarlo c_P . **[1 punto]**
- f) Infine consideriamo un altro ipotetico Universo dove $\delta W = \alpha VdP + \alpha PdV$. **In non più di 5 righe**, argomentare che in questo Universo il calore scambiato durante una trasformazione di un gas ideale è una funzione di stato (a differenza del nostro Universo, dove invece dipende dal percorso svolto). **[2 punti]**

Esercizio 3

In una calda notte d'estate 2022 a Trento, appena trasferitomi e ancora sprovvisto di condizionatore o pinguino, decido di raffreddare la mia stanza da letto usando metodi caserecci: acqua e ghiaccio. Prendo un contenitore mocio Vileda e lo riempio con una miscela (all'equilibrio) di 9.7 ℓ di acqua e 10 cubetti da freezer di ghiaccio, e lo metto nella stanza. Assumendo che la temperatura di partenza dell'aria nella stanza sia 30 °C (non totalmente irrealistico...), e che la miscela ghiaccio+acqua e l'aria eventualmente raggiungano l'equilibrio termodinamico, **stimare la temperatura finale dell'aria nella stanza una volta raggiunto l'equilibrio termodinamico**, basandovi sui seguenti dati e adottando queste approssimazioni: **[10 punti]**



- La mia stanza (vedi figura) può essere approssimata come un parallelepipedo rettangolo indeformabile (si spera...) di 5 m \times 5 m \times 3 m, contenente solo aria e il contenitore di acqua e ghiaccio. Assumete che l'aria occupi tutto il volume di 5 m \times 5 m \times 3 m (trascurate il fatto che il contenitore mocio "esclude" un po' di volume)
- La stanza si trova inizialmente a pressione atmosferica, $P_{\text{atm}} \approx 1.01325 \times 10^5$ Pa
- Ogni cubetto di ghiaccio pesa circa 30 g
- Il calore latente di fusione del ghiaccio è $\lambda = 333.55$ J/g
- La densità dell'acqua è 1 kg/ ℓ
- Il calore specifico (per unità di massa) dell'acqua è $C = 4.186$ J/(g \times °C)
- Ovviamente, una volta fuso, tutto il ghiaccio si trasforma nella stessa massa di acqua (ad es. 0.1 kg di ghiaccio si trasformano in 0.1 kg di acqua)
- Adottate l'approssimazione che l'aria sia composta esclusivamente da azoto molecolare, N_2 , che tratterete come un gas ideale (con massa molare $M = 28.0134$ g/mol, qualora decideste di usare questo dato)

Fornite la vostra risposta finale **in °C**, approssimando la risposta all'intero più vicino (ad es. 49.7 °C sarà approssimato a 50 °C).

Commentate sul risultato ottenuto: vi sorprende? In realtà il risultato che avete ottenuto è più ottimistico di quello che succede in realtà: secondo voi perché (suggerimento: una o più delle approssimazioni adottate non sono esattamente realistiche, e una delle assunzioni iniziali non è esattamente pratica da realizzare in casa)? Tuttavia vi garantisco che la cosa funziona discretamente bene...provateci l'estate prossima!

Fine dell'esame