

Esame di Fisica Generale I (secondo modulo) [145033]
Laurea Triennale in Matematica, A. A. 2023-2024
15 Gennaio 2024, Aula A103

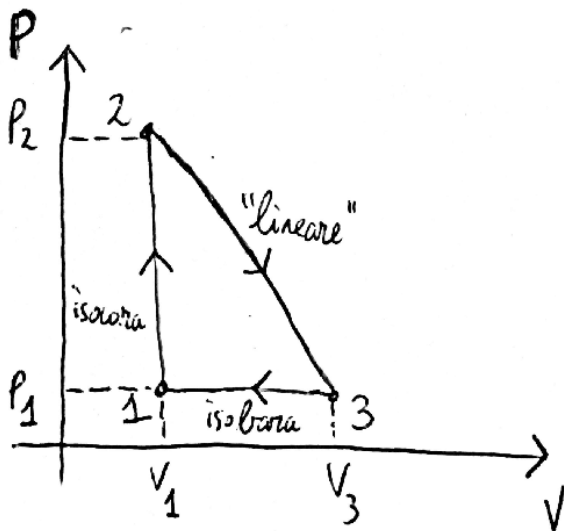
Tempo totale a disposizione: 3 ore

Totale punti: $(2 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2) + (4 + 4) + (3 + 3 + 3) + 3 = 33$

In bocca al lupo!

Esercizio 1

Un gas ideale monoatomico, inizialmente in equilibrio a pressione, volume, e temperatura P_1 , V_1 , e T_1 , subisce il ciclo "triangolare" nel piano P - V in figura, costituito da una trasformazione isocora reversibile ($1 \rightarrow 2$), una trasformazione "lineare" reversibile ($2 \rightarrow 3$), e una trasformazione isobara reversibile ($3 \rightarrow 1$). Si considerino inoltre noti i rapporti di espansione $P_2/P_1 = P_2/P_3 = 3$ e $V_3/V_1 = V_3/V_2 = 2$.



- (a) Lungo il ramo $2 \rightarrow 3$ il gas si raffredda o si riscalda? E cede o assorbe calore? Notare che la risposta alla prima non implica direttamente la risposta alla seconda. **[2 punti]**
- (b) Calcolare il rendimento del ciclo nei due modi che abbiamo visto in classe, ovvero $\eta = W/Q_{in}$ e $\eta = 1 - |Q_{out}|/Q_{in}$, e dimostrare che è pari a $2/7$. **[3 punti]**
- (c) Dimostrare che il rendimento calcolato di sopra è inferiore del rendimento di un ciclo di Carnot operante fra la stessa temperatura massima e minima raggiunta nel ciclo triangolare. **[1 punto]**
- (d) Il ciclo viene ora fatto percorrere al gas in senso antiorario, diventando dunque un frigorifero. Calcolare il coefficiente di prestazione del frigorifero, ed esprimerlo come frazione semplice, con al numeratore e al denominatore entrambi numeri di una sola cifra. **[2 punti]**
- (e) Si supponga ora che la trasformazione lineare reversibile $2 \rightarrow 3$ venga sostituita da una trasformazione **irreversibile**. In particolare si pone il gas, a partire dalla pressione P_2 e dal volume $V_2 = V_1$, *istantaneamente* a un ambiente alla stessa pressione $P_3 = P_1$ del ciclo iniziale, ponendolo allo stesso tempo istantaneamente a contatto con un termostato alla stessa temperatura $T_3 = P_3 V_3 / nR$ (con n il numero di moli del gas) raggiunta nel caso reversibile precedente, e attendendo che venga ristabilito l'equilibrio termodinamico. Calcolare il rendimento di questo nuovo ciclo e spiegare il motivo per il quale quest'ultimo non può essere considerato una vera macchina termica in senso stretto. **[3 punti]**
- (f) Sempre con riferimento al ciclo modificato del punto (e), calcolare la variazione di entropia dell'Universo ΔS_{univ} lungo il ciclo ($\Delta S_{univ, 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1}$). **[2 punti]**

Esercizio 2

Si consideri un gas ideale biatomico, che obbedisce l'equazione di stato standard dei gas ideali, $PV = nRT$.

- a) Supponiamo che i risultati standard dell'esperimento di Joule non valgano. In particolare supponiamo che, durante un'espansione libera adiabatica dove il volume aumenta di un fattore $\epsilon > 1$ (da V_i a $V_f = \epsilon V_i$), Joule osservi il gas in questione diminuire la propria temperatura di un fattore 2 (da T_i a $T_f = T_i/2$) anzichè rimanere costante. Qual è il valore minimo di ϵ affinché il processo in questione possa procedere spontaneamente, ovvero consistentemente con il secondo principio della termodinamica? **[4 punti]**

- b) Ora si supponga che l'energia interna del gas in questione non sia quella standard, ma $U = \alpha \cosh(PV/P_0V_0)$, dove P_0 e V_0 sono rispettivamente una pressione e un volume di riferimento, inseriti esclusivamente per rendere l'argomento del coseno iperbolico adimensionale. Assumiamo che questo gas sia isolato adiabaticamente e inizialmente in equilibrio a pressione e volume rispettivamente P_i e V_i , e subisca un'espansione libera adiabatica espandendo fino a un volume $V_f = \beta V_i$, con $\beta > 1$. Assumendo che questa volta, a differenza del punto a), rimangano invariati rispetto al caso standard i risultati dell'esperimento di Joule, calcolare la variazione di entropia del gas ΔS_{gas} , dell'ambiente ΔS_{amb} , e dell'Universo ΔS_{univ} , in seguito alla trasformazione. Cosa cambierebbe se il gas fosse stato monoatomico? **[4 punti]**

Esercizio 3

Si consideri un gas ideale biatomico, inizialmente in equilibrio a pressione e volume rispettivamente P_i e V_i , che compie una trasformazione termodinamica quasistatica descritta dalla seguente funzione:

$$P(V) = \alpha V^3,$$

dove α è una costante positiva. Il gas espande dal volume iniziale V_i a un volume finale $V_f = \beta V_i$, con $\beta > 1$.

- (a) Si calcolino la variazione di energia interna ΔU , il lavoro svolto dal gas W , e il calore assorbito dal gas Q durante la trasformazione, e si esprimano queste tre quantità solo in funzione di α , β , e V_i . **[3 punti]**
- (b) Si calcoli la variazione di entropia dell'ambiente durante la trasformazione, e la si esprima solo in funzione di β . **[3 punti]**
- (c) Si ripeta il conto del punto b) assumendo che questo volta l'energia interna del gas non sia quella standard ma prenda invece la forma $U(T) = \lambda T^4$, con λ una costante positiva, e si esprima il risultato solo in funzione di λ , α , β , e V_i . **[3 punti]**

Esercizio 4

Stimare l'ordine di grandezza del numero di molecole di acqua ingerite mediamente da una persona durante la vita. Potrebbe esservi utile sapere che la massa molare dell'acqua è circa 18 g/mol. Si scrivano esplicitamente le assunzioni fatte durante la stima. **[3 punti]**

Fine dell'esame