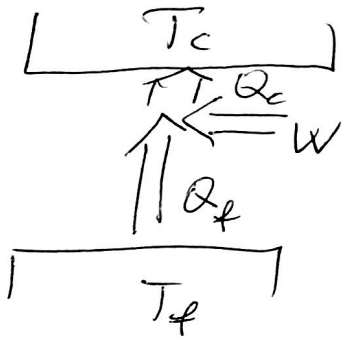


13 DF 8.8

Frigorifero ideale di Carnot, T_f e T_c $T_f < T_c$

$T_c = 20^\circ\text{C}$ (ambiente) T_f alla raffreddata

a) Calcolare efficienza in funzione di T_f



$$Q_c + Q_f = W \quad \text{con} \quad \begin{aligned} Q_c &< 0 \\ Q_f &> 0 \\ W &< 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |Q_c| = |Q_f| + |W|$$

$$\omega = \frac{|Q_f|}{|W|} = \frac{|Q_f|}{|Q_c| - |Q_f|} = \left(\frac{|Q_c|}{|Q_f|} - 1 \right)^{-1} = \left(\frac{T_c}{T_f} - 1 \right)^{-1}$$

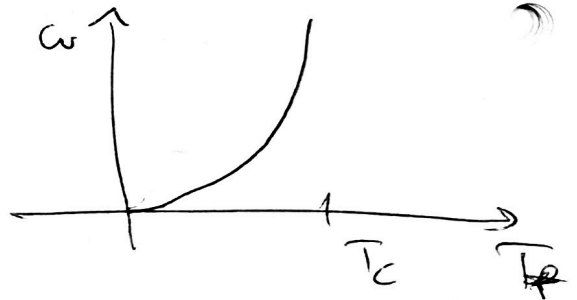
$$= \left(\frac{|Q_c|}{|Q_f|} - 1 \right)^{-1} = \left(\frac{T_c}{T_f} - 1 \right)^{-1} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

A T_c fissato

$$\omega = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

$\nearrow \neq \infty$ ($T_f < T_c$)

$\searrow T_f \rightarrow 0 \rightarrow 0$



$$T_c = 20^\circ\text{C} = 293.15\text{K}$$

Quindi

$$\omega = \frac{T_f}{293.15 - T_f}$$

- $\nearrow \approx 13.65$ @ $T_f = 0^\circ\text{C}$
- $\rightarrow \approx 4.8$ @ $T_f = -30^\circ\text{C}$
- $\rightarrow \approx 0.35$ @ $T_f = -196^\circ\text{C}$
- $\rightarrow \approx 0.014$ @ $T_f = -269^\circ\text{C}$

b) Calcolare W necessario da fornire per estrarre $Q_f = 15$.
 Studiare dipendenza $W(T_f)$

• $w = \frac{|Q_f|}{|W|} \rightarrow |W| = \frac{|Q_f|}{w} = \frac{T_c - T_f}{T_f} |Q_f|$

$\nearrow T_f \rightarrow T_c \rightarrow 0 (T_f = T_c)$
 $\searrow T_f > 0 \rightarrow \infty$

$|W| = \frac{T_c - T_f}{T_f} |Q_f|$

- $\rightarrow \approx 0.025$ @ $T_f = 0^\circ C$
- $\rightarrow \approx 0.25$ @ $T_f = -30^\circ C$
- $\rightarrow \approx 2.80$ @ $T_f = -196^\circ C$
- $\rightarrow \approx 71.65$ @ $T_f = -269^\circ C$

• $|Q_f| = 15$

c) Studiare relazione fra W e Q_c cedute all'ambiente a temperatura T_c

~~Primo principio~~

~~$0 = \Delta U = Q + W = Q_f - Q_c - W \Rightarrow W = Q_f - Q_c$~~

Primo principio

• $0 = \Delta U = Q - W = Q_w - |Q_c| - W = Q_f - |Q_c| - W \Rightarrow W = Q_f - |Q_c|$

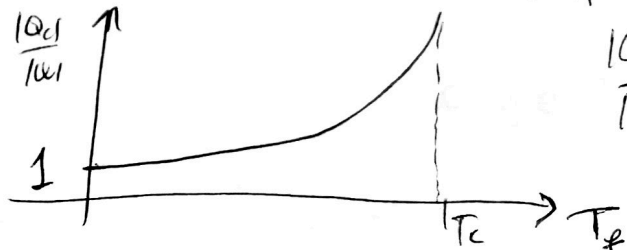
$|W| = -W = |Q_c| - Q_f$

$|Q_c| = Q_f + |W| = w(|W| + |W|) = (w+1)|W|$

~~$w = \frac{T_c - T_f}{T_f}$~~ ~~$w+1 = \frac{T_c - T_f + T_f}{T_f} = \frac{T_c}{T_f}$~~

$w = \frac{T_f}{T_c - T_f} \Rightarrow w+1 = \frac{T_f + T_c - T_f}{T_c - T_f} = \frac{T_c}{T_c - T_f} \Rightarrow |Q_c| = \frac{T_c}{T_c - T_f} |W|$

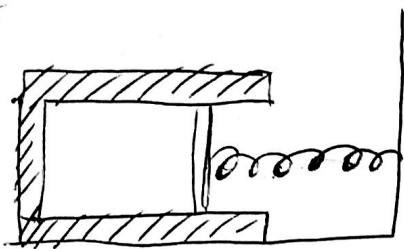
• $\frac{T_c}{T_c - T_f} > 1 \Rightarrow |Q_c| > |W|$



$\frac{|Q_c|}{|W|} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$

$\nearrow T_f \rightarrow T_c$
 $\searrow T_f \rightarrow 0$

14 SF 89



Cilindro a pareti adiabatiche
 Gas elio (monoatomico)
 Pistone adiabatico $A = 1 \text{ dm}^2$
 Molla $K = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

$P_i = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ $V_i = 1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$ $T_i = 300 \text{ K}$ Molla inizialmente a riposo

Resistore scalda gas in maniera quasi-statica fino a $V_f = 1.5 \text{ l}$

a) Calcolare calore ceduto ~~dal~~ al gas dal resistore

Sistema: gas (escluso resistore)

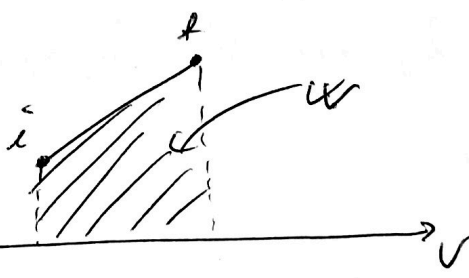
Determiniamo stato iniziale

$P_i = 10^5 \text{ Pa}$ $V_i = 10^{-3} \text{ m}^3$ $T_i = 300 \text{ K}$ $n = \frac{P_i V_i}{RT} \approx 0.04 \text{ mol}$

Durante la trasformazione

$P = P_{\text{atm}} + P_{\text{molla}} = P_i + P_{\text{molla}} = P_i + \frac{F_{\text{molla}}}{A}$
 $\Delta x = \frac{V - V_i}{A}$
 $= P_i + K \frac{V - V_i}{A^2}$

Relazione lineare P



$V_f = 1.5 \text{ l} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \rightarrow P_f = P_i + K \frac{V_f - V_i}{A^2}$

$A = 1 \text{ dm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$

$\Rightarrow P_f = 4.5 \times 10^5 \text{ Pa}$

$T_f = \frac{P_f V_f}{nR} \approx 677 \text{ K}$

Gas ovviamente riscaldato

$$\Delta U = n c_v (T_f - T_i) = \frac{3}{2} n R (T_f - T_i) \approx 188.5$$

$$c_v = \frac{3}{2} R$$

$$W = \int_i^f P dV = \text{area del trapez} = \frac{(P_i + P_f)(V_f - V_i)}{2} \approx 62.55$$

$$\Delta U = Q - W \rightarrow Q = \Delta U + W = 250.55$$

Gas assorbe calore anche se recipiente adiabatico \rightarrow entra energia sotto forma di lavoro elettrico che poi viene dissipata e ceduta sotto forma di energia interna del gas

b) Calcolare ΔS_{gas} e $\Delta S_{\text{universo}}$

$$\Delta S_{\text{gas}} = \int_i^f \frac{(\delta Q)_{\text{rev}}}{T}$$

Per qualsiasi trasformazione infinitesima quasi-statica di un gas ideale

$$(\delta Q)_{\text{rev}} = \delta W + dU = p dV + n c_v dT \rightarrow \frac{(\delta Q)_{\text{rev}}}{T} = \frac{p dV}{T} + \frac{n c_v dT}{T} = n R \frac{dV}{V} + n c_v \frac{dT}{T}$$

$$\rightarrow \Delta S_{\text{gas}} = \int_i^f \left[\frac{dV}{V} n R + \frac{dT}{T} n c_v \right] = n R \int_i^f \frac{dV}{V} + n c_v \int_i^f \frac{dT}{T} = n R \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) + n c_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta S_{\text{gas}} = n R \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) + n c_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = n R \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) + \frac{3}{2} n R \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) \approx 0.54 \frac{J}{K}$$

Anche se quasistatico il processo non è reversibile perché c'è dissipazione di energia elettrica tramite il resistore (in effect Joule) che di fatto assorbe calore Q''

$$Q'' = Q + Q' \leftarrow \text{calore ceduto dal resistore al gas}$$

Calore totale assorbito dal resistore

Q assorbita e poi ceduta non influenza l'entropia

$$\Delta S_{\text{a}} = \int_i^f \frac{(\delta Q)_{\text{un}}}{T} = m \int_i^f \frac{C dT}{T} \quad \text{ma non conosciamo } m, C \text{ (però } \Delta S_{\text{a}} > 0)$$

$$\Delta S_{\text{universo}} = \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{a}} = 0.54 \frac{J}{K} + m \int_i^f \frac{C dT}{T} > 0!$$

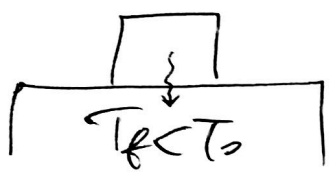
15) DF 8.10

$C = 100 \frac{J}{K}$ $T_0 = 600K$



Corpo viene poi raffreddato a temperatura costante fino a $T_f = 300K$

a) Calcolare ΔS_{sist} , ΔS_{amb} , ΔS_{univ} assumendo corpo immerso in serbatoio a $T_f = 300K$



sistema: corpo
ambiente: serbatoio a $T_f = 300K$

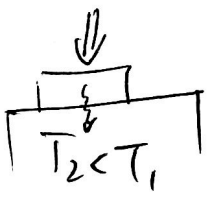
$Q = C \Delta T = C(T_f - T_0) = -30000 J$

Processo irreversibile, corpo non all'equilibrio termico durante raffreddamento, non si può definire la sua temperatura

$\Delta S_{sist} = \int_i^f \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} = \int_i^f \frac{C dT}{T} = C \int_i^f \frac{dT}{T} = C \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) \approx -69.3 \frac{J}{K}$
isolava reversibile lungo la quale $\delta Q = C dT$ dato da $Q = C \Delta T$

$\Delta S_{sist} < 0$ dato che si raffredda! $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{amb} = 30.7 \frac{J}{K} > 0!$
 $\Delta S_{amb} = \frac{|Q|}{T} = \frac{30000 J}{300K} = 100 \frac{J}{K}$

b) Calcolare ΔS_{sist} , ΔS_{amb} , ΔS_{univ} assumendo un passaggio intermedio con sistema immerso in serbatoio a $T_1 = 450K$, poi $T_2 = 300K$



$Q_1 = C(T_1 - T_0) = -15000 J$ $Q_2 = C(T_2 - T_1) = -15000 J$

Stessi conti di prima per ΔS_{sist} e ΔS_{amb}

$\Delta S_{sist} = \int_0^1 \frac{C dT}{T} + \int_1^2 \frac{C dT}{T} = C \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) + C \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \approx -69.3 \frac{J}{K}$

$\Delta S_{amb} = \frac{|Q_1|}{T_1} + \frac{|Q_2|}{T_2} = \frac{15000}{450K} + \frac{15000}{300K} \approx 83.3 \frac{J}{K}$

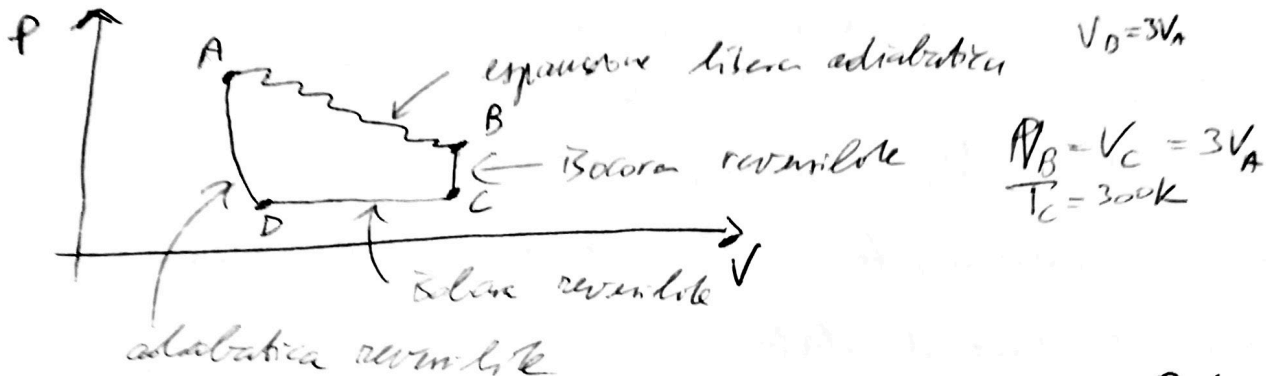
$\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{amb} = 14 \frac{J}{K}$ aumentata di meno rispetto a prima!

* prima "graduale" di prima
 Qvno dato da S è una funzione di stat

16 DF 8.11

$n = 0.1 \text{ mol } N_2$ in equilibrio a $V_A = 1 \text{ l}$ $P_A = 3 \text{ bar}$

a) Calcolare Q e w durante il ciclo



$V_A = 10^{-3} \text{ m}^3$ $P_A = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$ $n = 0.1 \text{ mol} \rightarrow T_A = \frac{P_A V_A}{nR} \approx 361 \text{ K}$

A \rightarrow B espansione libera e adiabatica

$\Delta U = 0, \Delta T = 0 \rightarrow T_B = T_A = 361 \text{ K}$

$P_B = \frac{nRT_B}{V_B} = \frac{nRT_A}{3V_A} = \frac{1}{3} P_A$

$\Rightarrow P_B = \frac{1}{3} P_A = 10^5 \text{ Pa}$

$V_B = 3V_A = 3 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

B \rightarrow C Isocora

$V_C = V_B = 3 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

$T_C = 300 \text{ K}$

$P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 0.83 \times 10^5 \text{ Pa}$

C \rightarrow D Isocora

D \rightarrow A adiabatica

$P_D = P_C = 0.83 \times 10^5 \text{ Pa}$

per determinare V_D sfruttando D \rightarrow A adiabatica

$PV^\gamma = \text{const}$ $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{7}{5} = 1.4$ (N_2 biatomico)

$P_A V_A^\gamma = P_D V_D^\gamma \rightarrow V_D^\gamma = \left(\frac{P_A}{P_D}\right) V_A^\gamma \rightarrow V_D = \left(\frac{P_A}{P_D}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_A \approx 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} \approx 250 \text{ K}$

$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = Q_{BC} + Q_{CD} = nC_V(T_C - T_B) + nC_P(T_D - T_C)$

$= \frac{5}{2} nR(T_C - T_B) + \frac{7}{2} nR(T_D - T_C) \approx -2725$

ovviamente $Q < 0$
 dato che il gas
 si raffredda

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = W_{CD} + W_{DA} = P_C (V_D - V_C) = n C_V (T_A - T_D) \approx 242 \text{ J}$$

$$U_{DA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{DA} = Q_{DA} - W_{DA} = -W_{DA} \Rightarrow W_{DA} = \Delta U_{DA}$$

Quindi $\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$ e $\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U = Q - W \Rightarrow Q = W$ per un ciclo

b) Calcolare ΔS_{gas} , ΔS_{univ} durante il ciclo

$\Delta S_{\text{gas}} = 0$ necessariamente dato che il ciclo è chiuso

e S è una funzione di stato

$$\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{amb}}$$

$\Delta S_{\text{amb}} > 0$ dato che $A \rightarrow B$ irreversibile

Per ogni trasformazione reversibile ($B \rightarrow C$, $C \rightarrow D$, $D \rightarrow A$)

$$\Delta S_{\text{univ}} = 0 \Rightarrow \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{amb}} = 0 \Rightarrow \Delta S_{\text{amb}} = -\Delta S_{\text{gas}}$$

$$\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{univ}, AB} + \Delta S_{\text{univ}, BC} + \Delta S_{\text{univ}, CD} + \Delta S_{\text{univ}, DA} = \Delta S_{\text{univ}, AB}$$

Espansione libera adiabatica, collego A e B da isotermia reversibile!

$$\Delta S_{\text{univ}, AB} = \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rev}} = \int_A^B \frac{nRT \frac{dV}{V}}{T} = \int_A^B nR \frac{dV}{V} = nR \int_A^B \frac{dV}{V}$$

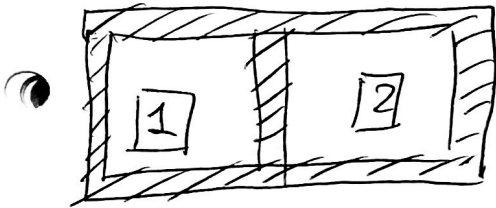
$$(\delta Q)_{\text{rev}} = (\delta U)_{\text{rev}} = P dV = \frac{nRT}{V} dV$$

$$= nR \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) \approx 0.9 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Lavoro ottenibile e AB reversibile: $W = nRT \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) \approx 330 \text{ J}$

Lavoro perso $W_{\text{degradat}} = T_A \Delta S = 361 \text{ K} \times 0.9 \frac{\text{J}}{\text{K}} \approx 330 \text{ J}$ fatto perso

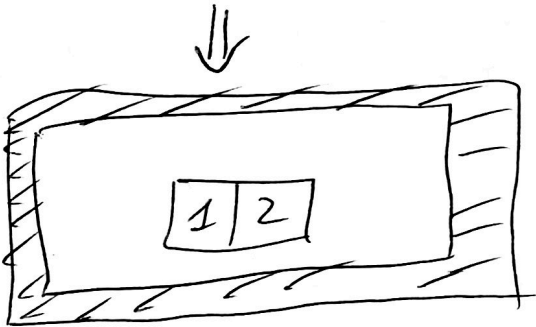
17 DF 8,12



contenitore adiabatico
parete adiabatica

$$C_1 = C_2 = 500 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$T_1 = 0^\circ\text{C} \quad T_2 = 100^\circ\text{C}$$



equilibrio termodinamico a T_f !

- a) Calcolare ΔT , ΔU , ΔS del sistema costituito dai corpi trascurando variazioni di volume

$$Q_1 = C(T_f - T_1) = -Q_2 = -C(T_f - T_2) \quad \text{con } Q_1 \geq 0 \text{ dato che 1 assorbe calore essendo pi\u00f9 freddo}$$

$$C(T_f - T_1) = -C(T_f - T_2) \rightarrow T_f - T_1 = -T_f + T_2 \Rightarrow T_f = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$T_f = \frac{273.15 \text{ K} + 373.15 \text{ K}}{2} = 323.15 \text{ K}$$

$$\Delta U_1 = Q_1 - W_1 = Q_1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{dato che non c'\\ sono variazioni di volume} \end{array} \right\}$$

$$\Delta U_2 = Q_2 - W_2 = Q_2$$

$$Q_1 = C(T_f - T_1) = 25000 \text{ J}$$

$$Q_2 = C(T_f - T_2) = -25000 \text{ J}$$

$$\Delta U_{\text{tot}} = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \quad \text{dato che il sistema \u00e8 completamente isolato dall'esterno}$$

↪ anche se c'è scambio di calore fra le parti!

$$\Delta S_{sist} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} + \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} = C \int_1^2 \frac{dT}{T} + C \int_1^2 \frac{dT}{T} =$$

trasformazioni isobore
reversibili

$$(\delta Q)_{rev} = C dT$$

$$= C \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + C \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = C \left[\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) \right] \approx 12.12 \frac{J}{K}$$

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{amb} \quad \text{perché il sistema è isolato}$$

$$= \Delta S_{sist} \approx 12.12 \frac{J}{K}$$

$\Delta S_{univ} \geq 0$ dato che il processo di scambio di calore è irreversibile ~~ed il sistema è isolato~~ per il II principio

b) I due corpi scambiano calore tramite un motore termico reversibile fino all'equilibrio. Calcolare ΔT , ΔU , ΔS_{sist} trascurando variazioni di volume

$$Q_1 = -Q_2 = C(T_f - T_i) \quad \text{NON vale più ma vale Teorema di Carnot}$$

$$\frac{|Q_1|}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2} \quad \text{ma ad ogni ciclo } T \text{ cambia (corpi non sono serbatoi)}$$

Esistano un ciclo di Carnot. Dato che è reversibile ci aspettiamo

$$\Delta S_{sist} = 0 = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \int_{T_1}^{T_f} \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} + \int_{T_2}^{T_f} \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \quad \left(\delta Q = C dT \right)$$

$$\rightarrow C \int_{T_1}^{T_f} \frac{dT}{T} + C \int_{T_2}^{T_f} \frac{dT}{T} = C \left[\ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \right] = 0$$

$$\Rightarrow \ln(T_f) - \ln(T_1) + \ln(T_f) - \ln(T_2) = 2\ln(T_f) - \ln(T_1 + T_2) - \ln\left(\frac{T_1 T_2}{T_1 T_2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow T_f^2 = T_1 T_2 \quad \rightarrow T_f = \sqrt{T_1 T_2} \approx 319.3 K < 323.15 K$$

$$W = |Q_2| - |Q_1| = - \int_{T_2}^{T_f} C dT - \int_{T_1}^{T_f} C dT = C(-T_f + T_2 - T_f + T_1) = C(T_1 + T_2 - 2T_f) \approx 3890.5 J$$

$$\Delta U_{sist} = -W = -3890.5 \quad \text{dato che } \Delta U = n c_v \Delta T = C \Delta T$$