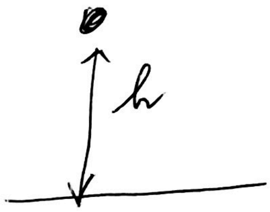
|18| OF 8,13



$m = 10kg \quad h = 10\,m$

$T = 300K$

a) Calcolare ΔS dopo che il corpo ha (ri)raggiunto l'equilibrio

$P_i = 1\,bar = 10^5\,Pa$

$T_i = 300K$

Durante la caduta corpo acquista l'energia cinetica

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = mgh \simeq 981\,J$

↳ poi dissipata in calore $Q = mgh$ assorbito sia dal corpo che dall'aria, che poi ritorna all'aria quando il corpo è tornato in equilibrio, tramite processo irreversibile

$\Delta S_{univ} = \cancel{\Delta S_{sist}}^{\,0} + \Delta S_{amb} = \Delta S_{amb}$

↑ corpo tornato allo stato iniziale

$\Delta S_{univ} = \Delta S_{amb} = \frac{Q}{T} = \frac{mgh}{T} \simeq 3.27\,\frac{J}{K}$

b) Calcolare la quantità di energia degradata

$W_{degr} = T\Delta S = 300K \times 3.27\,\frac{J}{K} \simeq 981\,J$

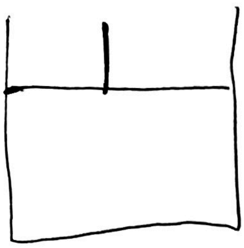
↓

tutta l'energia potenziale iniziale del corpo è andata persa come ci si poteva aspettare!

(in realtà di resistenza nell'aria)

$\boxed{19}$

DF 8.6 NR



n=1 mol   monoatomico (gas ideale)

$P_i = 3\text{ bar}$

$T_{amb} = 27°C$

a) Trovare V_i

$PV=nRT \longrightarrow V_i = \frac{nRT_{amb}}{P_i}$ con $T_{amb} = 300.15\,K$

$P_i = 3\times10^5\,Pa \Rightarrow V_i \simeq 8.31\times10^{-3}\,m^3$

b) Pistone, sbloccato, gas espande contro $P_f = P_{atm} = 1$ bar. Trovare V_f

$V_f = \frac{nRT_{amb}}{P_f}$ con $P_f = 10^5\,Pa \rightarrow V_f = 3V_i \simeq 24.93\times10^{-3}\,m^3$

c) Calcolare W fatto dal gas durante l'espansione

Espansione irreversibile, oscillazioni del pistone, una volta mediate

$W \simeq P_f(V_f - V_i) \simeq 1662\,J$

d) Calcolare ΔS_{gas}, ΔS_{amb}, ΔS_u

$\cancel{dS = nR\frac{dT}{T} + nC_v}$ $dS_{gas} = nC_v\cancel{\frac{dT}{T}}^{dT=0} + nR\frac{dV}{V} = nR\frac{dV}{V} \rightarrow \Delta S_{gas} = nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = nR\ln 3 \simeq 9.13\,\frac{J}{K}$

ΔS_{amb} : ambiente fornisce $Q=W$ a temperatura T_{amb}

$\rightarrow \Delta S_{amb} = -\frac{W}{T_{amb}} = -\frac{P_f(V_f-V_i)}{T_{amb}} \simeq -5.54\,\frac{J}{K}$

$\Delta S_u = \Delta S_{gas} + \Delta S_{amb} \simeq +3.59\,\frac{J}{K}$

e) Calcolare lavoro ottenibile se gas espandeva reversibilmente

$W = \int_i^f dV\,P(V) = nRT\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \simeq 2740\,J$ (isoterma)   o $W_{rev} = W + T_{amb}\Delta S \simeq 2740\,J$

$\rightarrow P_f(V_f-V_i) \longrightarrow nRT_{amb}\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) - P_f(V_f-V_i)$

$\boxed{20}$ DF 8.8 MR

$m = 200\,g = 2 \times 10^{-1}\,kg$

$T_i = 20°C = 293.15\,K$

$U_{molla} = 2\,kJ = 2 \times 10^3\,J$

$C_{H_2O} = 4186 \frac{J}{kg \cdot K}$

Molla si libera e dopo un pò torna l'equilibrio (assumiamo $C_{molla} \ll C_{H_2O}$)

a) Calcolare ΔS_{univ} assumendo recipiente adiabatico

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \cancel{\Delta S_{amb}} = \Delta S_{sist}$$

H_2O assorbe tutti i 2 kJ della molla e si scalda

$$mC\Delta T = mC(T_f - T_i) = U_{molla} \Rightarrow \Delta T = \frac{U_{molla}}{mC} \simeq 2.39\,K$$

$$\Rightarrow T_f = T_i + \Delta T = 295.54\,K$$

$$\Delta S = \int \frac{(\delta Q)_{rev}}{T} = \int \delta mC \frac{dT}{T} = mC \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = mC \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) \simeq 6.79 \frac{J}{K}$$

$(\delta Q)_{rev} = mC\,dT$

b) Calcolare ΔS_{univ} assumendo recipiente diatermico, $T_{amb} = 20°C$

H_2O raggiunge equilibrio allo stesso stato di prima ($T_{amb} = T_i$!)

$$\Delta S_{univ} = \underbrace{\cancel{\Delta S_{sist}}}^{\text{funzione di stato}} + \Delta S_{amb} = \Delta S_{amb}$$

Ambiente assorbe U_{molla} a T_{amb}

$$\Rightarrow \Delta S_{univ} = \Delta S_{amb} = \frac{U_{molla}}{T_{amb}}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{univ} \simeq 6.82 \frac{J}{K}$$

$\boxed{21}$ EF NR 8.9

$c = 2000 \, \frac{J}{kg \cdot K}$ $\quad T_i = 27°C$ $\quad M_{tot} = 1 \, kg$

$Q = 10000 \, J$ energia cinetica dissipata nell'urto

Urto completamente anelastico

a) Calcolare T_f assumendo sistema isolato

$$Q = M_{tot} \, c \, \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{Q}{M_{tot} \, c} \simeq 5 \, K$$

$$T_f = T_i + \Delta T = 300.15 \, K + \Delta T = 305.15 \, K$$

b) Calcolare ΔS_{sist}

$$\Delta S_{sist} = \int \frac{(\delta Q)_{rev}}{T} \qquad \text{con} \quad (\delta Q)_{rev} = M_{tot} \, C \, dT$$

$$\rightarrow \Delta S_{sist} = \int m C \frac{dT}{T} = m C \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = m C \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

$$\Delta S_{sist} = m C \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) \simeq 33.0 \, \frac{J}{K}$$

[NOTA: non si può dire $\Delta S \sim \frac{Q}{T}$ anche se darebbe quasi la stessa risposta, perché il sistema non è un termostato, e non è a contatto con un termostato, ma isolato]

~~Gas ideale deve essere rarefatto~~

Teoria cinetica dei gas

Gas ideale: idealizzazione del gas ideale nel limite di rarefazione

Cerchiamo descrizione in termini di costituenti atomici: masse di dimensioni trascurabili rispetto allo spazio a disposizione

È una buona approssimazione?

Prendiamo aria (azoto) a condizioni standard, 1 mole

$P \sim 1$ atm $\quad T \sim 273K \quad V = \frac{RT}{P} \simeq 0.08 \frac{l \cdot atm}{mol \cdot K} \frac{273K}{1 atm} 1 mol \simeq 22 l$

Volume "a disposizione" / costituente atomico $\Rightarrow v_m = \frac{V}{N_A} \sim 4 \times 10^{-26} m^3$

Raggio atomico classico (Bohr) $d \sim 5 \times 10^{-11} m \rightarrow v \sim 10^{-31} m^3$

↳ C'è molto "spazio" intorno a ogni molecola, in unità di raggi atomici $\sim \sqrt[3]{\frac{v_m}{v}} \sim 70$

$\overset{\circ}{\circ} \longleftrightarrow 70 d$

$$\boxed{\text{Distanza tipica tra costituenti atomici} \gg \cancel{\text{distanza cost}} \text{ dimensione dei costituenti atomici} \;\downarrow\; \text{RAREFAZIONE}}$$

Problema: possiamo costruire un modello meccanico microscopico che giustifica i comportamenti macroscopici di un gas ideale confinato in un contenitore di volume V?

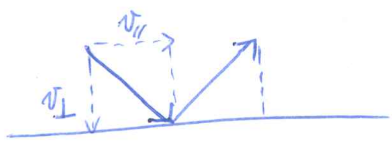
Risultati che vogliamo ~~ottenere~~ confermare:

- $PV = nRT$
- $U = U(T)$
- $C_V = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2} R$
- ... e tutto quello che ne consegue

Ingredienti: (assunzioni)

- $N \gg 1$ molecole di massa m assunte puntiformi ~~[illegible]~~
  (a distanza molto grande tra loro)
- E_k abbastanza grande da trascurare interazioni reciproche, solo interazioni con pareti del contenitore
- Volume V fissato (condizione al contorno)
- Densità in media uniforme nel volume a disposizione $dN = \frac{N}{V} dV$
- leggi della meccanica Newtoniana $\longrightarrow$ moto rettilineo uniforme

tranne quando urtano le pareti ($v_\perp \to -v_\perp$, $v_\parallel \to v_\parallel$)

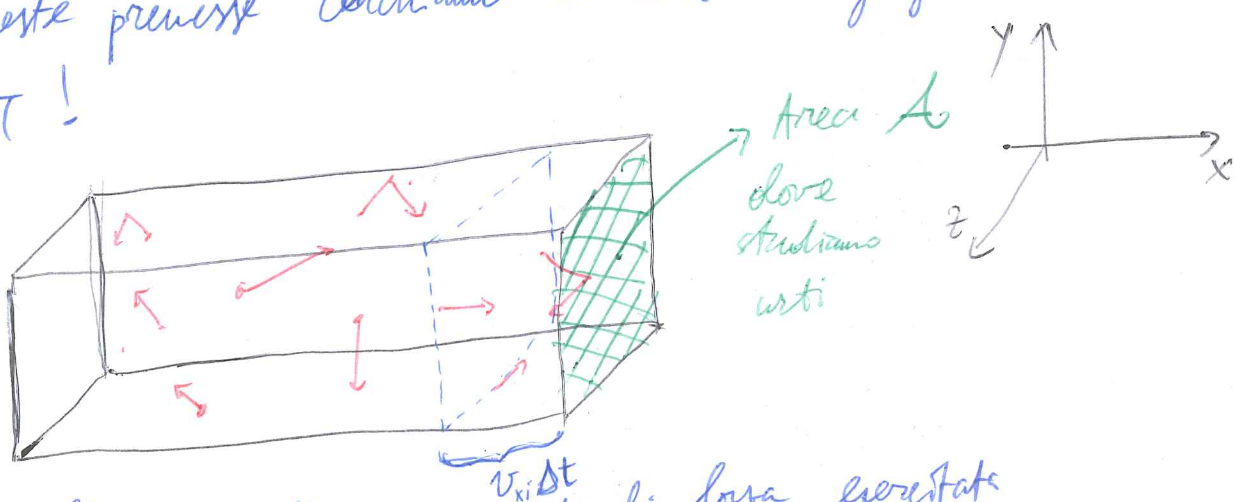


- Particelle si muovono con velocità isotropicamente come direzione spaziale e con intensità differenti

$$P(\vec{v}) = P(v)$$

- Le velocità hanno la stessa distribuzione di intensità in tutto il contenitore

Con queste premesse cerchiamo di dare un significato meccanico a P, T!



Pressione: collegata alla componente di forza esercitata perpendicolarmente alla superficie

Concentriamoci sull'area A

Particella che urta contro A subisce Δp nella direzione x

$$\Delta p = -2mv_x \quad \text{(subita dalla particella)}$$

velocità iniziale (solo componente x)

Forza impulsiva di parete su particella e viceversa

$f(t)$: forza esercitata dalla particella sulla parete (per dt)

$$f(t) = -\frac{dp}{dt} \longrightarrow \int dt\, f(t) = -\Delta p = 2mv_x$$

$\mathcal{F}$: forza impulsiva totale sentita dalla parete

$$\langle \mathcal{F} \rangle = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} dt\, \mathcal{F}(t) = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} \underbrace{\sum_{\text{urti}}}_{\text{tutti gli urti che avvengono entro } \Delta t} dt\, f(t) =$$

$$= \frac{1}{\Delta t}\sum_{\text{urti}}\int_0^{\Delta t} dt\, f(t) = \frac{1}{\Delta t}\sum_{\text{urti}} 2m v_x$$

Componente x della velocità PRIMA di ogni urto

Concetto di $\langle \mathcal{F} \rangle$ utile se gli urti in Δt sono tanti

$$P = \frac{\langle \mathcal{F} \rangle}{A} = \frac{1}{A\Delta t}\sum_{\text{urti}} 2mv_x = \frac{2m}{A\Delta t}\sum_{\text{urti}} v_x$$

Per fare la sommatoria conteggiamo tutte le particelle che urtano in direzione x in un intervallo di tempo Δt con una certa velocità v_x