Formelsamling – Sannolikhetsteori och statistik för fysiker

1 Fördelningar

Binomialfördelning
• $X \sim \text{Bin}(n,p)$, där $0 < p < 1$, om $p_X(k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$, $k = 0, 1, \ldots, n$.
• $\mathbb{E}[X] = np$
• $\text{Var}(X) = np(1-p)$

Poissonfördelning
• $X \sim \text{Po}(\lambda)$, där $\lambda > 0$, om $p_X(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, $k = 0, 1, \ldots$.
• $\mathbb{E}[X] = \text{Var}(X) = \lambda$

Kontinuerlig likformig fördelning
• $X \sim \text{Re}(a,b)$, där $a < b$, om $f_X(x) = 1/(b-a)$ för $a < x < b$ och $f_X(x) = 0$ annars.
• $\mathbb{E}[X] = (a+b)/2$
• $\text{Var}(X) = (b-a)^2/12$

Normalfördelning
• $X \sim \text{N}(\mu, \sigma^2)$, där $\sigma > 0$, om $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ för $-\infty < x < \infty$.
• $\mathbb{E}[X] = \mu$
• $\text{Var}(X) = \sigma^2$
• Om $X \sim \text{N}(\mu, \sigma^2)$ så gäller att $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim \text{N}(0,1)$. Fördelningsfunktionen $\Phi(x)$ för N(0,1) finns i Tabell 1 och kvantiler i Tabell 2.

2 Stickprovsvariablers fördelning vid normalfördelade stickprov

Låt $X_1, \ldots, X_n$ vara oberoende $\text{N}(\mu, \sigma^2)$. Då gäller:

• $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim$ N(0,1).

• $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim \text{t}(n-1)$. Kvantiler för t-fördelningar finns i Tabell 3.

Låt $X_1, \ldots, X_n \sim \text{N}(\mu_x, \sigma^2)$ och $Y_1, \ldots, Y_m \sim \text{N}(\mu_y, \sigma^2)$, och antag att alla variabler är oberoende. Då gäller:

• $\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_x-\mu_y)}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}} \sim$ N(0,1).